

Утверждаю

Ректор
М.В. Цуциева
31.10.2022 г.

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ
ПО МАТЕМАТИКЕ

для поступающих на программы бакалавриата, специалитета

Вступительный экзамен по математике проводится в письменной форме.

На экзамене поступающий должен уметь:

1. Производить арифметические действия над числами, заданными в виде десятичных и обыкновенных дробей; с требуемой точностью округлить данные числа и результаты вычисления; пользоваться калькуляторами или таблицами для производства вычисления.
2. Проводить тождественные преобразования многочленов, дробей, содержащих переменные, выражений, содержащих степенные, показательные, логарифмические, тригонометрические функции.
3. Строить графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической и тригонометрической функций.
4. Решать уравнения и неравенства первой и второй степени. Уравнения и неравенства, приводящиеся к ним; решать системы уравнений и неравенств первой и второй степени и приводящиеся к ним; сюда, в частности, относятся простейшие уравнения и неравенства, содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.
5. Решать задачи на составление уравнений и систем уравнения.
6. Изображать геометрические фигуры на чертеже, производить построения на плоскости. Вычислять различные характеристики плоских фигур.
7. Изображать геометрические фигуры и тела в пространстве, строить проекции и сечения. Вычислять различные характеристики тел и фигур.
8. Использовать геометрические представления при решении алгебраических задач, а методы тригонометрии - при решении геометрических задач.
9. Находить уравнение прямой на плоскости по двум заданным точкам, по точке и углу между прямой и заданной прямой (в частности с координатной осью). Уметь определять угол между прямыми на плоскости по их уравнениям.
10. Проводить на плоскости операции над векторами (сложение вычитание векторов, умножение векторов на число, скалярное произведение векторов) и пользоваться свойствами этих операций.

Результаты вступительного испытания оцениваются по 100-бальной шкале

Содержание программы

Тема 1. Натуральные, целые, рациональные и действительные числа.

1. Деление натуральных чисел с остатком и без остатка.
2. Простые числа. Разложение натурального числа на простые множители.
3. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное.
4. Десятичная запись натуральных и целых чисел.
5. Признаки делимости на 2,3,4, 5, 8, 9.
6. Признаки делимости на составные числа 6, 10, 12,18, 36, 45, 72 и т.д.
7. Основные классы уравнений в целых числах и методы их решения: $mx+ny=k$; $xу=p$.
8. Понятие объединения и пересечения множеств. Подсчет количества элементов множества, обладающих одновременно двумя свойствами, только одним свойством из двух, хотя бы одним свойством из двух, ни одним свойством из двух и т.д.
9. Множества натуральных чисел, определяемые несколькими свойствами делимости.
10. Арифметические действия над обыкновенными и десятичными дробями.
11. Иррациональные числа. Иррациональность $\sqrt{2}$.
12. Множество действительных чисел, сравнение действительных чисел, числовая прямая.
13. Преобразование периодических десятичных дробей в обыкновенные дроби.
14. Преобразование обыкновенных дробей в периодические десятичные дроби.
15. Модуль действительного числа. Простые неравенства с модулями.

16. Степени и корни.
17. Понятие процентного отношения. Сложные проценты.
18. Пропорции.

Тема 2. Основные элементарные функции и их графики.

1. Понятие функции. График функции. Область определения и множество значений.
2. Преобразование графиков. Сдвиг, растяжение, зеркальная симметрия, центральная симметрия.
3. Четные и нечетные функции.
4. Периодические функции. Наименьший положительный период.
5. Монотонные функции. Локальный, краевой, глобальный экстремум.
6. Линейная функция. Уравнение прямой в различных формах.
7. Угловой коэффициент прямой. Условие возрастания линейной функции.
8. Условие параллельности прямых на плоскости. Условие перпендикулярности прямых.
9. Квадратичная функция. Квадратный трехчлен, выделение полного квадрата.
10. Основные элементы параболы.
11. Промежуток возрастания, промежуток убывания квадратичной функции.
12. Дробно-линейная функция. Асимптоты гиперболы.
13. Модуль. Композиция линейной функции и модуля, квадратичной функции и модуля, дробно-линейной функции и модуля. Линейная функция с двумя модулями.

Тема 3. Алгебраические выражения.

1. Алгебраические преобразования выражений с целыми степенями. Формулы сокращенного умножения и деления.
2. Алгебраические преобразования выражений с дробными степенями.
3. Извлечение квадратного корня из полного квадрата числового выражения и выражения с параметром. Сложные радикалы.
4. Избавление от иррациональности в знаменателе числового выражения и выражения с параметром.
5. Преобразование выражений с модулями.
6. Разложение на множители числовых выражений и выражений с параметрами.
7. Деление многочленов. Преобразование дробно-рациональных выражений.

Тема 4. Алгебраические уравнения и неравенства с целыми степенями.

1. Линейные уравнения и неравенства без параметра и с параметром.
2. Квадратные уравнения. Условие разрешимости, условие единственного решения, условие неразрешимости. Формулы для корней.
3. Теорема Виета. Вычисление коэффициентов квадратного уравнения с заданными корнями.
4. Вычисление симметрических функций от корней через коэффициенты.
5. Построение квадратного уравнения, корни которого определенным образом выражаются через корни исходного уравнения.
6. Квадратные неравенства.
7. Квадратные уравнения с параметром.
8. Уравнения, приводящиеся к квадратным с помощью замены переменной.
9. Методы решения дробно-рациональных уравнений.
10. Методы решения целых алгебраических уравнений высших степеней. Биквадратные уравнения. Симметрические уравнения.

11. Уравнения, содержащие знак абсолютной величины.

Тема 5. Алгебраические неравенства.

1. Числовые неравенства. Сравнение числовых выражений.
2. Операции с неравенствами. Равносильность неравенств. Равносильные преобразования.
3. Универсальный метод решения неравенств. Метод интервалов.
4. Линейные, квадратичные, дробно-линейные неравенства.
5. Среднее арифметическое и среднее геометрическое двух неотрицательных чисел. Свойства суммы двух взаимно обратных чисел.
6. Неравенства, содержащие модуль и несколько модулей.

7. Определение наибольшего и наименьшего значений выражений $x + y$, xy , $\frac{x}{y}$, $x^2 + y^2$ при условии принадлежности точки с координатами $(x; y)$ прямоугольной области на плоскости.

Тема 6. Системы алгебраических уравнений.

1. Понятие равносильных систем, понятие следствия.
2. Системы линейных алгебраических уравнений, имеющие единственное решение. Графический метод. Метод исключения неизвестных. Метод алгебраических преобразований.
3. Вычисление линейной функции от решения линейной системы методом алгебраических преобразований.
4. Простые текстовые задачи, приводящие к линейным системам.
5. Системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными, не имеющие решений или имеющие бесконечное множество решений. Геометрическая интерпретация.
6. Линейные системы с параметром. Условие единственного решения, отсутствия решений.
5. Простейшие уравнения с обратными функциями.
6. Простейшие неравенства с обратными функциями.
7. Системы уравнений и неравенств, содержащие обратные тригонометрические функции.
8. Виетовские системы. Метод решения, условие разрешимости.
9. Системы, содержащие однородные уравнения.
10. Симметрические системы.

Тема 7. Изображение на координатной плоскости множеств, заданных уравнениями и неравенствами.

1. Декартова прямоугольная система координат.
2. Фигуры на плоскости. Преобразования фигуры на плоскости. Параллельный перенос, растяжение, зеркальная и центральная симметрия. Разные фигуры. Подобные *фигуры*.
3. Расстояние от точки до начала координат. Расстояние между *двумя* точками.
4. Уравнение окружности. Неравенство, определяющее круг.
5. Расстояние от прямой до начала координат. Расстояние от точки до прямой.. Расстояние между параллельными прямыми.
6. Уравнение с модулем, определяющее пару параллельных прямых. Неравенство, определяющее полосу.
7. Фигуры, определяемые квадратичными неравенствами с одним и несколькими модулями.
8. Свойства симметрии фигур, описываемых уравнениями и неравенствами с одним и несколькими модулями.

9. Фигуры на плоскости, определяемые стандартными уравнениями и неравенствами, включающими $|x|$ и $|y|$ в различных комбинациях. Уравнения: включающие $|x-a|$ и $|y-b|$.
10. Множества точек, определяемые однородными уравнениями первой и второй степени/
11. Графическое решение систем уравнений, включающих уравнения окружностей, прямых, квадратов и других простейших фигур.
12. Вычисление площадей плоских фигур, получающихся как пересечение и (или) объединение простейших фигур.
13. Вычисление наименьшего расстояния от точки до плоского множества с границей, состоящей из композиции отрезков и окружностей.

Тема 8. Иррациональные уравнения и неравенства.

1. Функция $y = \sqrt{x}$, график. Область определения, множество значений. Корни третьей, четвертой и старших степеней.
2. Графический метод решения иррациональных уравнений и неравенств.
3. Метод эквивалентных преобразований для решения иррациональных уравнений и неравенств.
4. Метод неэквивалентных преобразований. Понятие следствия. полученных решений и эффективные способы проверки. Необходимость проверки
5. Метод замены переменной. Использование одной и двух новых переменных.
6. Использование монотонности и метод подбора при решении иррациональных уравнений и неравенств.
7. Универсальный метод решения иррациональных неравенств.

Тема 9. Тригонометрические функции и тригонометрические формулы.

1. Тригонометрический круг. Измерение углов в радианах и градусах. Число π . Расположение точек 1, 2, 3, 4, 5, 6 радиан на тригонометрическом круге.
2. Определение тригонометрических функций числового аргумента. Частные значения.
3. Графики. Четные и нечетные функции. Промежутки возрастания и убывания. Наибольшие и наименьшие значения. Множество значений.
4. Корни основных тригонометрических функций. Знаки тригонометрических функций.
5. Периодичность основных тригонометрических функций.
6. Вычисление периода суммы нескольких тригонометрических функций.
7. Формула приведения.
8. Формулы двойного и половинного угла.
9. Вычисление тригонометрических функций для углов, кратных 15 градусов.
10. Основные формулы тригонометрии. Формулы сложения и умножения.
11. Преобразование тригонометрических выражений с модулями.

Тема 10. Обратные тригонометрические функции.

1. Обратные тригонометрические функции. Свойства и графики.
2. Область определения и множество значений обратных функций.
3. Формулы сложения обратных функций.
4. Композиция прямой и обратной функции, композиция обратной и прямой функции.
5. Простейшие уравнения с обратными функциями.
6. Простейшие неравенства с обратными функциями.
7. Системы уравнений и неравенств, содержащие обратные тригонометрические функции.

Тема 11. Тригонометрические уравнения и неравенства.

1. Простейшие тригонометрические уравнения.
2. Тригонометрические уравнения, разлагающиеся на множители.
3. Тригонометрические уравнения, приводящиеся к квадратным уравнениям.
4. Метод замены переменной.
5. Тригонометрические уравнения с искусственной ОДЗ.
6. Уравнения, решение которых основано на преобразовании суммы в произведение.
7. Уравнения, решение которых основано на преобразовании произведения в сумму.
8. Элементарные тригонометрические неравенства.

Тема 12. Решение планиметрических задач. Треугольник и окружность.

1. Прямоугольный треугольник и метрические соотношения в нем.
2. Применение тригонометрии для решения задач, связанных с треугольниками.
3. Вписанная и описанная окружности.
4. Теорема синусов и теорема косинусов.
5. Равнобедренный треугольник. Вычисление радиусов вписанного и описанного круга.
6. Подобие треугольников.
7. Свойства хорд и касательных к окружности.
8. Измерение углов и дуг, связанных с окружностью.
9. Метрические соотношения в круге.

Тема 13. Решение планиметрических задач. Многоугольники.

1. Четырехугольники (параллелограмм, ромб, прямоугольник, квадрат, трапеция).
2. Метрические соотношения в четырехугольниках.
3. Свойства четырехугольника, в который вписана окружность.
4. Свойства четырехугольника, вокруг которого можно описать окружность. .

Тема 14. Текстовые задачи. (4 часа)

1. Задачи на проценты и пропорциональные части.
2. Задачи на движение. Графическое изображение условий задачи.
3. Задачи на совместную работу и производительность труда. Повышение и понижение производительности труда и связанное с этим изменение времени выполнения.
4. Задачи на концентрацию смесей и сплавов.
5. Задачи экономической тематики.

Тема 15. Показательная и логарифмическая функции.

1. Свойства степеней с рациональным показателем.
2. Понятие о степени с произвольным показателем. Показательная функция.
3. Свойства степеней с произвольным показателем. Сравнение степеней.
4. Определение логарифма и его свойства. Логарифмические тождества.
5. Логарифмическая функция. Сравнение логарифмов.
6. Преобразование логарифмических выражений.

Тема 16. Показательные и логарифмические уравнения.

1. Элементарные показательные уравнения.
2. Показательные уравнения, приводящиеся к квадратным.
3. Показательные уравнения, разлагающиеся на множители.

4. Однородные показательные уравнения второй степени.
5. Показательные уравнения, решаемые методом замены переменной.
6. Элементарные логарифмические уравнения.
7. Логарифмические уравнения, приводящиеся к квадратным.
8. Логарифмические уравнения, разлагающиеся на множители.

Тема 17. Показательные и логарифмические неравенства.

1. Элементарные показательные неравенства.
2. Показательные неравенства, приводящиеся к квадратным.
3. Показательные неравенства, разлагающиеся на множители.
4. Однородные показательные неравенства второй степени.
5. Показательные неравенства, решаемые методом замены переменной.
6. Элементарные логарифмические неравенства.
7. Логарифмические неравенства, приводящиеся к квадратным.
8. Логарифмические неравенства, разлагающиеся на множители.
9. Равносильные преобразования логарифмических неравенств.
10. Изменение ОДЗ при выполнении логарифмических преобразований и проблемы, связанные с этим эффектом при решении логарифмических уравнений и неравенств.
11. Показательно-логарифмические уравнения и неравенства.

Тема 18. Методы решения тригонометрических уравнений.

1. Отбор общих корней в нескольких сериях решений тригонометрических уравнений.
2. Метод мажорант в тригонометрии.
3. Тригонометрические неравенства, приводящиеся к квадратным неравенствам.
4. Тригонометрические неравенства, решаемые методом замены переменной.
5. Тригонометрические уравнения и неравенства с иррациональными выражениями.
6. Тригонометрические уравнения и неравенства с искусственно созданной ОДЗ.
7. Тригонометрические уравнения с параметром.
8. Системы тригонометрических уравнений и неравенств.

Тема 19. Уравнения и неравенства, содержащие параметр.

1. Алгебраические уравнения и неравенства с параметром.
2. Системы линейных неравенств с параметром.
3. Системы квадратичных неравенств с параметром.
4. Иррациональные уравнения и неравенства с параметрами.
5. Уравнения с параметром в правой части. Связь со множеством значений.
6. Системы уравнений с параметрами.
7. Системы неравенств и смешанные системы с параметрами.

Тема 20. Решение планиметрических задач. Координатно-векторный метод.

1. Векторы на плоскости, их обозначение и изображение. Координаты вектора.
2. Арифметические операции над векторами.
3. Скалярное произведение векторов и его свойства. Угол между векторами. Длина вектора.
4. Применение векторов для вычисления элементов треугольников и параллелограммов.
5. Вычисление длины проекции вектора на координатные оси.
6. Применение векторов для решения систем алгебраических уравнений и неравенств.

Тема 21. Последовательности и прогрессии.

1. Арифметическая прогрессия. Вычисление общего члена, свойства.
2. Вычисление суммы отрезка натурального ряда.
3. Вычисление суммы отрезка арифметической прогрессии.
4. Вычисление суммы множества натуральных чисел, определяемых свойствами делимости.
5. Геометрическая прогрессия. Вычисление общего члена, свойства.
6. Вычисление суммы отрезка геометрической прогрессии.
7. Задачи на составление уравнений, связанных со свойствами геометрической прогрессии.
8. Задачи, в которых присутствуют одновременно арифметическая и геометрическая прогрессии.
9. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия.
10. Уравнения и неравенства, в которых присутствует сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

Тема 22. Вычисление и применение производной.

1. Определение и геометрический смысл производной.
2. Таблица производных. Правила вычисления производных.
3. Уравнение касательной к графику функции.
4. Нахождение участков монотонности и локальных экстремумов функции.
5. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции.
6. Среднее арифметическое и геометрическое нескольких положительных величин.
7. Экстремальное значение суммы величин с заданным произведением..
8. Экстремальное значение произведения величин с заданной суммой.
9. Геометрическая интерпретация экстремальных задач.
10. Экстремальное значение квадратичной функции двух переменных.

Тема 23. Вычисление площадей плоских фигур.

1. Вычисление площадей комбинации плоских фигур без применения интеграла.
2. Вычисление расстояний между плоскими множествами без применения элементов математического анализа.
3. Понятие первообразной. Вычисление неопределенного интеграла.
4. Вычисление определенного интеграла.
5. Вычисление площади плоской фигуры с помощью определенного интеграла.

Тема 24. Графические методы решения уравнений и систем с параметром.

1. Системы, содержащие уравнения прямой, окружности, параболы.
2. Уравнения и системы, включающие модуль.
3. Уравнения и системы, включающие тригонометрические функции.
4. Уравнения и системы, включающие показательные и логарифмические функции

Тема 25. Текстовые задачи, элементы теории множеств и элементы.

1. Текстовые задачи, приводящие к понятиям объединения и пересечения множеств.
2. Текстовые задачи с элементами логики.
3. Текстовые задачи на вычисление экстремальных значений.
4. Текстовые задачи, приводящие к вычислению экстремальных значений функций.
5. Текстовые задачи, требующие выработки оптимальной стратегии.
6. Текстовые задачи, приводящие к уравнениям и неравенствам с целочисленными решениями?

Тема 26. Обратная функция, сложная функция, функциональные уравнения.

1. Понятие обратной функции. Общие правила построения обратной функции.
2. Сложная функция (композиция функций).
3. Построение графика сложной функции Вычисление множества значений.
4. Уравнения и неравенства, включающие композицию прямых и обратных функций.
5. Функциональные уравнения.
6. Определение наибольшего и наименьшего значений сложной функции.

Тема 27. Уравнения и неравенства, включающие различные элементарные функции: тригонометрические, логарифмические и показательные, иррациональные.

1. Уравнения, включающие логарифмические, показательные функции и тригонометрические функции.
1. Уравнения, включающие квадратный трехчлен и тригонометрические функции.
2. Уравнения, включающие иррациональные выражения, логарифмические и показательные функции.
3. Иррациональные уравнения, допускающие разложение на множители.
4. Иррациональные уравнения с тригонометрическими и, показательными и логарифмическими функциями.

Тема 28. Элементы стереометрии.

1. Параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей.
2. Двугранные углы. Вычисление углов и расстояний в пространстве.
3. Сечения прямоугольного параллелепипеда.
4. Треугольная и четырехугольная пирамиды. Объем пирамиды.
5. Метрические соотношения в правильной треугольной пирамиде и в правильной четырехугольной пирамиде. Соотношение углов между основанием и боковым ребром, основанием и боковой гранью, между боковыми ребрами.
6. Круглые тела (конус, цилиндр, сфера). Площадь поверхности сферы, объем шара. Объем прямого кругового цилиндра и площадь его поверхности. Объем прямого кругового конуса. Развертка конуса и площадь боковой поверхности конуса.